

Álgebra Lineal

Guía 12: Matrices Simétricas y formas cuadráticas

Ejercicios mínimos

1. Encuentre la diagonalización ortogonal de $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$
2. Encuentre una matriz simétrica que tenga valores propios

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = 2, \quad \lambda_3 = 3$$

y vectores propios correspondientes

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

3. Determine la fórmula de la forma cuadrática $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T A \mathbf{x}$ donde

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

4. Encuentre la matriz asociada a la forma cuadrática y clasifíquela como definida positiva, semidefinida positiva, definida negativa, semidefinida negativa o indefinida:

$$x_1^2 - x_3^2 + 8x_1x_2 - 6x_2x_3.$$

Ejercicios complementarios

5. Encuentre la diagonalización ortogonal de $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

6. Determine la fórmula de la forma cuadrática $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T A \mathbf{x}$ donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

7. Encuentre la matriz asociada a la forma cuadrática y clasifíquela como definida positiva, semidefinida positiva, definida negativa, semidefinida negativa o indefinida:

$$2x^2 - 3y^2 + z^2 - 4xz$$