

Álgebra Lineal

Guía 10: Proyecciones ortogonales y Proceso de Ortogonalización de vectores

1. Sean $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 5 \\ -9 \\ 5 \end{bmatrix}$, $\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ y el plano $W = \text{Gen}\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$.

(a) Determine el vector

$$\text{proy}_W(\mathbf{y}).$$

(b) Encuentre el vector

$$\mathbf{u}_3 = \text{perp}_W(\mathbf{y}) = \mathbf{y} - \text{proy}_W(\mathbf{y})$$

(c) Escriba al vector $\mathbf{y}$ como suma de un vector de un vector del plano W y otro del complemento ortogonal $W^\perp$.

(d) Defina la matriz $U = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{u}_1}{\|\mathbf{u}_1\|} & \frac{\mathbf{u}_2}{\|\mathbf{u}_2\|} & \frac{\mathbf{u}_3}{\|\mathbf{u}_3\|} \end{bmatrix}$. Calcule U^{-1} .

(e) Encuentre las coordenadas del vector $\text{proy}_W(\mathbf{y})$ con respecto de la base $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$.

2. Considere el plano $W = \text{Gen}\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$ de $\mathbb{R}^3$. Determine una base ortonormal de W .

3. Encuentre una base ortogonal del espacio columna de la matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$