

Álgebra Lineal

Guía 9: Complementos ortogonales

Problemas mínimos

1. Sea $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -2 & 3 & 8 \\ 1 & -3 & 7 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$.

(a) Verifique que las columnas de A son vectores ortogonales.

(b) Determine una matriz U de columnas ortonormales tal que $\text{Col}(A) = \text{Col}(U)$.

(c) Resuelva el sistema $Uy = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$. (Para esto utilice la matriz U^T para despejar el vector solución y .)

2. Considere el plano $W = \text{Gen} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ de $\mathbb{R}^3$. Encuentre el complemento ortogonal de W .

3. (a) Encuentre bases para el espacio Fila y el núcleo de la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

y verifique que son espacios ortogonales entre ellos.

(b) Además encuentre una base para $\text{Nul}(A^T)$ usando el hecho que

$$\text{Nul}(A^T) = (\text{Col}(A))^\perp.$$

Problemas complementarios

4. Sea $H = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : 2x + y - z + w = 0, -2x + z = 0\}$. Determine una base para el complemento ortogonal $(H^\perp)$ de H .
5. Demuestre que si $\mathbf{x}$ está en W y $W^\perp$, entonces $\mathbf{x} = \mathbf{0}$.