

Álgebra Lineal

Guía 2: Coordenadas e Introducción a las transformaciones lineales

1. Sea $\mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ 3 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -8 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$.

- (a) Demuestre que el conjunto $\mathcal{B} = \{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3\}$ es una base de $\mathbb{R}^3$.
 (b) Encuentre $[\mathbf{x}]_{\mathcal{B}}$, para la $\mathbf{x}$ dada anteriormente.

2. En los siguientes ejercicios, demuestre que $\mathbf{w}$ está en $\text{gen}(\mathcal{B})$ y encuentre el vector coordenada $[\mathbf{w}]_{\mathcal{B}}$.

(a) $\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$, $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$

(b) $\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix} \right\}$, $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

3. Sea $T_A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la transformación matricial correspondiente a $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$.

Encuentre $T_A(\mathbf{u})$ y $T_A(\mathbf{v})$ donde $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$.

4. Demuestre que $T \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+y \\ x-y \end{bmatrix}$ es una transformación lineal usando la definición.
5. Encuentre la matriz estándar de las siguientes transformaciones lineales

(a) $T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-y+z \\ 2x+y-3z \end{bmatrix}$

(b) $T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ x+y \\ x+y+z \end{bmatrix}$

6. Encuentre la matriz estándar de la siguiente transformación lineal de $\mathbb{R}^2$ a $\mathbb{R}^2$ que refleja vectores en la recta $y = -x$.