

Pre-Solemne Álgebra I

1. En el plano se ubican los puntos

$$A(1, 2) \quad \text{y} \quad B(7, 2).$$

Desde el punto A se traza un segmento AC que tiene longitud 8 y que forma un ángulo de 60° con el segmento AB (en sentido antihorario).

- Determine las coordenadas exactas del punto C .
- Halle la ecuación de la recta que pasa por A y C .
- Halle la ecuación de la recta perpendicular a AC que pasa por el punto medio de AC .
- Calcule el área del triángulo ABC .

2. Considere las rectas

$$L_1 : 2x - y - 4 = 0, \quad L_2 : x + (k - 1)y - k = 0.$$

- Determine el valor de k para que L_1 y L_2 sean perpendiculares.
- Para el valor de k obtenido en (a):
 - Encuentre el punto de intersección P_{12} de L_1 y L_2 .
 - Halle la ecuación de la recta L_3 que pasa por P_{12} y es paralela a $y = x$.

3. Dos antenas se ubican en

$$A(0, 0), \quad B(10, 0).$$

Un receptor se encuentra en un punto $P \neq A$ de la recta que forma 45° con AB en A . Además, $PB = 10$ (unidades).

- Determine las coordenadas exactas de P .
- Halle la ecuación de la recta perpendicular a AB que pasa por P .
- Determine el ángulo que forma esta recta con el eje x .

4. (a) Demuestre que

$$\frac{1}{1 - \sin x} + \frac{1}{1 + \sin x} = 2 \sec^2 x.$$

- (b) Use esta identidad para resolver, en $[0, 2\pi[$,

$$\frac{1}{1 - \sin x} + \frac{1}{1 + \sin x} = 4.$$

5. Considere la recta $L : y = -x + 10$. Determine todos los puntos de L que están a distancia 10 del origen $O(0, 0)$. Luego, para cada punto hallado, escriba la ecuación de la recta *perpendicular* a L que pasa por ese punto.

6. Demuestre que

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x},$$

y utilice esta identidad para resolver la ecuación

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \tan \frac{x}{2}$$

en el intervalo $[0, 2\pi[$.

7. Una empresa de telecomunicaciones desea instalar un nuevo mástil en la cima de un cerro. Desde dos puntos de observación A y B , ubicados en el mismo plano horizontal, se miden los ángulos de elevación hacia la cima T de la torre:

- La distancia horizontal entre A y B es 150 m.
 - El ángulo de elevación desde A hacia T es 30° .
 - El ángulo de elevación desde B hacia T es 60° .
 - El punto B se encuentra al este del punto T , mientras que el punto A se encuentra al oeste
 - El terreno es plano.
- (a) Sea x la distancia horizontal desde A a la proyección de T . Expresé x y la altura h con razones trigonométricas.
- (b) Determine la **altura exacta** h de la cima.
- (c) Halle el **ángulo en la cima** $\angle ATB$ del triángulo ABT .