

Álgebra I
Pauta de corrección Control 1
Segundo Semestre 2025

1. Demuestre, utilizando leyes lógicas (**sin tablas de verdad**), la siguiente equivalencia lógica:

$$(p \wedge q) \vee [(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)] \equiv p \vee \sim q$$

Solución:

$$\begin{aligned} (p \wedge q) \vee [(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)] &\equiv (p \wedge q) \vee [(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (\sim q \vee p)] \\ &\equiv (p \wedge q) \vee [\sim (\sim p \vee \sim q) \vee (\sim q \vee p)] \\ &\equiv (p \wedge q) \vee [(p \wedge q) \vee (p \vee \sim q)] \\ &\equiv (p \wedge q) \vee [(p \wedge q) \vee p] \vee \sim q \\ &\equiv (p \wedge q) \vee (p \vee \sim q) \\ &\equiv ((p \wedge q) \vee p) \vee \sim q \\ &\equiv p \vee \sim q \end{aligned}$$

2. Considere los conjuntos:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad B = \{5, 7\}, \quad C = \{x \in \mathbb{Z}^+ : x \text{ impar}, x \leq 5\}$$

- a) Determine los conjuntos $(A \cup B) \cap C$ y $(A \cap B) \cup C$
b) Determine el valor de verdad de

$$\sim [(\forall x \in ((A \cup B) \cap C)) ((x - 1)^2 > 0) \Rightarrow (\exists x \in ((A \cap B) \cup C)) (x < 2)]$$

Solución: Notar que conjunto $C = \{1, 3, 5\}$.

- a) Entonces

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} \quad \text{y} \quad C = \{1, 3, 5\} \implies (A \cup B) \cap C = \{1, 3, 5\}$$

Por otro lado,

$$A \cap B = \{5\} \quad \text{y} \quad C = \{1, 3, 5\} \implies (A \cap B) \cup C = \{1, 3, 5\}$$

- b) Notar que

$$(\forall x \in ((A \cup B) \cap C)) ((x - 1)^2 > 0) \equiv F$$

Ya que $x = 1 \in (A \cup B) \cap C$ y no cumple que $(x - 1)^2 > 0$.

Por otra lado,

$$\exists x \in ((A \cap B) \cup C) (x < 2) \equiv V$$

Dado que, $1 \in (A \cap B) \cup C$ y cumple la condición $1 < 2$.

Así se tiene,

$$\sim [F \implies V] \equiv \sim V \equiv F$$

En conclusión,

$$\sim [(\forall x \in ((A \cup B) \cap C)) ((x - 1)^2 > 0) \Rightarrow (\exists x \in ((A \cap B) \cup C)) (x < 2)] \equiv F$$